

Primeira Lista de exercícios de Métodos Numéricos  
**Prof. Mauro Rincon**

1. Considere a tabela abaixo relacionando o mês com a exportação de soja (em milhões):

Mes	Janeiro	Fevereiro	Marco	Abril	Maio
saldo	30	70	40	10	30

- (a) Determine o spline cúbico natural  $C(x)$  e verifique se satisfaz todas as suas propriedades. Determine o valor estimado da exportação até a data de 15 de abril.
  - (b) Determine pelo método dos mínimos quadrados, o polinômio de grau  $n = 2$  que melhor se ajusta aos dados e calcule o valor aproximado da exportação do mês de junho.
  - (c) Considerando que os meses de fevereiro e abril foram atípicos, em razão dos feriados de fevereiro e de uma paralisação no porto em abril, calcule, usando o método dos mínimos quadrados com pesos o polinômios do item anterior e qual a previsão de exportação do mês de junho.
  - (d) Faça o mesmo exercício anterior usando agora polinômios de grau  $n = 1$  e determine qual a previsão de exportação do mês de junho.
  - (e) Determine pelo método dos mínimos quadrados, usando polinômios ortogonais de grau  $n = 2$  que melhor se ajusta aos dados e calcule o valor aproximado da exportação do mês de junho.
  - (f) Considerando os dados de (1c), determine pelo método dos mínimos quadrados com pesos, usando polinômios ortogonais de grau  $n = 1$ , a reta que melhor se ajusta aos dados e calcule o valor aproximado da exportação do mês de junho.
  - (g) Determine a melhor função trigonométrica da forma  $\varphi(x) = \alpha_1 \text{sen}(\pi x/5) + \alpha_2 \text{cos}(\pi x/5)$  que aproxima os pontos dados.
2. Considere na tabela abaixo os rendimentos, em porcentagem, de uma aplicação em renda fixa:

x(mes)	1	2	3	4	5
f(x)	0,9	1,2	0,8	1,3	1,5

e a aplicação de R\$1.000,00 neste fundo.

- (a) Supondo que o aplicador pode retirar seu dinheiro aplicado em qualquer dia, sem perda, e usando polinômios linear por partes determine o **rendimento** obtido, após 70 dias e após 100 dias.
- (b) Calcule o erro do item anterior.
- (c) Usando um polinômio interpolador de grau  $n \leq 2$ , determine o **rendimento** obtido, após 70 dias e após 100 dias.

- (d) Calcule o erro do item anterior.
- (e) Usando um spline cúbico natural, determine o **rendimento** obtido, após 70 dias e após 100 dias.
- (f) Calcule o erro do item anterior.
3. Considere na tabela abaixo os índices inflacionários, em percentagem, dados abaixo;

x		jan	Fev	Mar	Abr	Mai
f(x)		0,8	1,2	0,9	1,3	1,5

- (a) Calcule pelo Método dos mínimos quadrados usual, o valor esperado da inflação do mês de junho, utilizando um polinômio de grau  $g = 2$ .
- (b) Calcule pelo Método dos mínimos quadrados, utilizando o método dos polinômios ortogonais, o valor esperado da inflação do mês de junho, ajustando os dados por :
- i. Polinômio de grau  $g = 1$ .
  - ii. Polinômio de grau  $g = 2$ .
- (c) Calculada a inflação do mês de junho, pelo polinômio de grau  $g = 2$ , qual será a inflação esperada do primeiro semestre?
4. (**Exercício resolvido**) Um carro viajando ao longo de uma reta é cronometrado em vários pontos. Os dados tirados são fornecidos na tabela a seguir , onde o tempo é expresso em segundos, a distância em metros e a velocidade em metros por segundo.

Tempo		0	0.5	1.0
Distancia		0	225	383
Velocidade		22,86	23,47	24,38

- (a) Determine o polinômio interpolador por partes de Hermite , em cada intervalo  $I_i = [x_i, x_{i+1}]$ , ”(grau  $g \leq 3$ ). Usando o polinômio para calcular aproximadamente a posição do carro e sua velocidade quando  $t = 4s$ .
- (b) Use o polinômio de Hermite para determinar se o carro excedeu alguma vez o limite de velocidade de  $90 \text{ Km/h}$ .
- (c) Qual é a velocidade máxima obtida pelo carro no intervalo  $[0, 3]$ .
5. Responda às seguintes questões:
- (a) Qual é a diferença entre interpolação polinomial e o ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados?
  - (b) No método dos Mínimos quadrados o que diferencia o método dos polinômios ortogonais com o método usual (obtido pelo sistema normal)?

- (c) Em que condições, podemos ajustar a curva pelo Método dos Mínimos Quadrados, de forma exata nos pontos discretos  $x_i$ .
- (d) Dê um exemplo, onde a aplicação do método dos mínimos quadrados com pesos é melhor aplicável do que método dos mínimos quadrados sem peso.
- (e) Defina Spline Cúbico natural e quais suas propriedades?
- (f) Quando devemos usar o Polinômio de Hermite e quais suas propriedades.
- (g) No spline cúbico  $C(x)$  que interpola a função  $f(x)$  nos pontos  $x_i$  podemos garantir que  $C'(x) \approx f'(x)$ ?