

```
[ > restart;
[ > with(plots) :
[ > with(linalg) :
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
```

## POLINÔMIO DE NEWTON

```
[ > x0:=1:
[ > x1:=1.1:
[ > x2:=1.2:
[ > x3:=1.3:
```

### VALOR DA FUNÇÃO

```
[ > f:=exp(x);
                                      $f := e^x$ 
[ > y0:=evalf(subs(x=x0, f));
                                      $y0 := 2.718281828$ 
[ > y1:=evalf(subs(x=x1, f));
                                      $y1 := 3.004166024$ 
[ > y2:=evalf(subs(x=x2, f));
                                      $y2 := 3.320116923$ 
[ > y3:=evalf(subs(x=x3, f));
                                      $y3 := 3.669296668$ 
[ >
[ > y112:=evalf(subs(x=1.12, f));
                                      $y112 := 3.064854203$ 
```

### VALOR DA FUNÇÃO

#### CONSTRUÇÃO DA TABELA DOS OPERADORES DIFERENÇAS DIVIDIDAS

```
[ > h:=0.1:
[ > X[0]:=array(1..4, [x0, x1, x1, x3]);
[ >
[ > f[x0, x1]:=evalf((y1-y0)/h, 8);
                                      $f_{1,1,1} := 2.8588420$ 
[ > f[x1, x2]:=evalf((y2-y1)/h, 8);
                                      $f_{1,1,1,2} := 3.1595090$ 
[ > f[x2, x3]:=evalf((y3-y2)/h, 8);
                                      $f_{1,2,1,3} := 3.4917980$ 
```

```

> f[x0,x1,x2]:=evalf((f[x1,x2]-f[x0,x1])/(2*h),8);
       $f_{1,1.1,1.2} := 1.5033350$ 
> f[x1,x2,x3]:=evalf((f[x2,x3]-f[x1,x2])/(2*h),8);
       $f_{1.1,1.2,1.3} := 1.6614450$ 
> f[x0,x1,x2,x3]:=evalf((f[x1,x2,x3]-f[x0,x1,x2])/(3*h),8);
       $f_{1,1.1,1.2,1.3} := .52703333$ 
> P2:=y0+f[x0,x1]*(x-x0)+f[x0,x1,x2]*(x-x0)*(x-x1);
       $P2 := -.140560172 + 2.8588420x + 1.5033350(x-1)(x-1.1)$ 
> P2:=evalf(subs(x=1.12, P2),8);
       $P2 := 3.0649508$ 

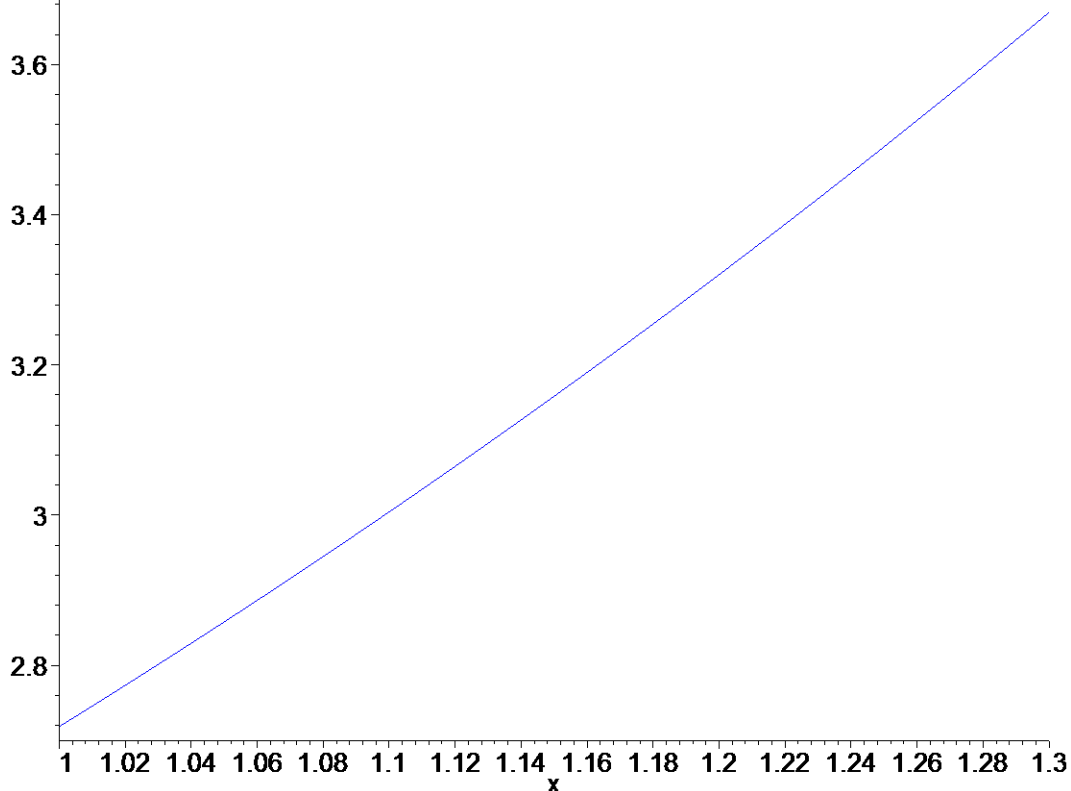
```

## POLINÔMIO DE NEWTON DE GRAU TRÊS

```

> P3_N:=y0+f[x0,x1]*(x-x0)+f[x0,x1,x2]*(x-x0)*(x-x1)+f[x0,x1,x2,x3]*
(x-x0)*(x-x1)*(x-x2);
 $P3\_N := -.140560172 + 2.8588420x + 1.5033350(x-1)(x-1.1)$ 
       $+ .52703333(x-1)(x-1.1)(x-1.2)$ 
> gr8:=plot(P3_N, x=1.0..1.3, color=[blue]);
> display(gr8);

```



```

> P3_N:=evalf(subs(x=1.12, P3_N),8);

```

```
P3_N := 3.0648496
```

```
> y112 := evalf (exp (1.12) , 8) ;
```

```
y112 := 3.0648542
```

Erro entre o valor " exato" e o valor obtido pelo polinômio de grau três

```
> e := y112 - P3_N ;
```

```
e := .46 10-5
```

## FORMA DE LAGRANGE

POLINÔMIOS DE LAGRANGE

```
> L0 := evalf ( (x-x1) * (x-x2) * (x-x3) / ( (x0-x1) * (x0-x2) * (x0-x3) ) , 8) ;
```

```
L0 := -166.66667 (x - 1.1) (x - 1.2) (x - 1.3)
```

```
> L1 := evalf ( (x-x0) * (x-x2) * (x-x3) / ( (x1-x0) * (x1-x2) * (x1-x3) ) , 8) ;
```

```
L1 := 500.00000 (x - 1.) (x - 1.2) (x - 1.3)
```

```
> L2 := evalf ( (x-x0) * (x-x1) * (x-x3) / ( (x2-x0) * (x2-x1) * (x2-x3) ) , 8) ;
```

```
L2 := -500.00000 (x - 1.) (x - 1.1) (x - 1.3)
```

```
> L3 := evalf ( (x-x0) * (x-x1) * (x-x2) / ( (x3-x0) * (x3-x1) * (x3-x2) ) , 8) ;
```

```
L3 := 166.66667 (x - 1.) (x - 1.1) (x - 1.2)
```

POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GRAU TRÊS

```
> P3_L := evalf (L0*y0+L1*y1+L2*y2+L3*y3, 8) ;
```

```
P3_L := -453.04698 (x - 1.1) (x - 1.2) (x - 1.3) + 1502.0830 (x - 1.) (x - 1.2) (x - 1.3)  
- 1660.0585 (x - 1.) (x - 1.1) (x - 1.3) + 611.54946 (x - 1.) (x - 1.1) (x - 1.2)
```

```
> P3_1.12 := evalf (subs (x=1.12, P3_L) , 8) ;
```

```
P3_112 := 3.0648497
```

## ESTIMATIVA DE ERRO PARA A INTERPOLAÇÃO

$E_3(x) \leq \text{abs}((x-x_0)*(x-x_1)*(x-x_2)*(x-x_3))*M^4 / \text{fatorial}(4)$

Como a função  $f(x)=\exp(x)$  então todas as derivadas são iguais a função e o valor máximo

$M^4=\exp(1.3)$

```
> M3 := evalf (exp (1.3) , 8) ;
```

```
M3 := 3.6692967
```

```
> E3 := ( (x-x0) * (x-x1) * (x-x2) * (x-x3) ) * M3 / fatorial (4) ;
```

ESTIMATIVA DE ERRO É DADA POR:

$$E3 := 3.6692967 \frac{(x-1)(x-1.1)(x-1.2)(x-1.3)}{\text{fatorial}(4)}$$

> **fatorial(4) := 24;**

fatorial(4) := 24

no ponto x=1.12 o erro é dado por:

> **E3\_1.12 := evalf(abs(subs(x=1.12, E3)), 8);**

*E3\_112 := .52837872 10<sup>-5</sup>*

Logo o valor aproximado de f(1.12) aprox.P3(1.12)=3.064704000  
com um erro de E3\_112=.00002113514881

> **epsilon\_1 := P3\_1.12 - E3\_1.12;**

*epsilon\_1 := 3.064844416*

> **epsilon\_2 := P3\_1.12 + E3\_1.12;**

*epsilon\_2 := 3.064854984*

O VALOR EXATO DE f(1.12)=exp(1.12)=3.064854

> **a := exp(1.12);**

*a := 3.064854203*

Logo podemos verificar que

**epsilon\_1 <= a <= epsilon\_2 e assim o resultado do teorema se confirma.**

## CASO DISCRETO - ESTIMATIVA DE ERRO

AGORA VAMOS DESCONSIDERAR QUE A FUNÇÃO f(X) SEJA CONHECIDA SOMENTE NOS PONTOS TABELADOS

Para obter a estimativa de erro, vamos então calcular o polinômio interpolador somente para três pontos. Assim podemos calcular uma aproximação

da estimativa de erro. Como o ponto que queremos estimar é x=1.12, vamos retirar o ponto que fica mais distante de 1.12, que é o ponto x3=1.3 (isso diminui o erro!)

> **P2\_N := y0 + f[x0, x1] \* (x - x0) + f[x0, x1, x2] \* (x - x0) \* (x - x1);**

*P2\_N := -.140560172 + 2.8588420 x + 1.5033350 (x - 1) (x - 1.1)*

> **P2\_1.12 := evalf(subs(x=1.12, P2\_N), 8);**

*P2\_112 := 3.0649508*

Calculo do operador das diferenças divididas de ordem 3, para os pontos x0, x1, x2, x3 e o termo f[x0, x1, x2, x3]

> **Odd(3) := f[x0, x1, x2, x3];**

```

Odd(3) := .52703333
> ER2 := (x-x0) * (x-x1) * (x-x2) * Odd(3);
ESTIMATIVA DE ERRO DISCRETO É DADA POR:
ER2 := .52703333 (x - 1) (x - 1.1) (x - 1.2)
no ponto x=1.12 o erro é dado por:
> ER_1.12 := evalf (abs (subs (x=1.12, ER2) ), 8);
ER_112 := .00010119040
Logo o valor aproximado de f(1.12) aprox.P2(1.12)=3.064800000
com um erro de ER_112=.000096000000000
> alpha_1 := evalf (P2_1.12-ER_1.12, 8);
alpha_1 := 3.0648496
> alpha_2 := evalf (P2_1.12+ER_1.12, 8);
alpha_2 := 3.0650520
>
O VALOR EXATO DE f(1.12)=exp(1.12)=3.064854
> b := exp (1.12);
b := 3.064854203

```

Logo o valor aproximado de f(1.12) aprox.P2(1.12)=3.064800000  
com um erro de ER\_112=.000096000000000  
ASSIM PODEMOS OBSERVAR QUE ALPHA\_1 <= B <= ALPHA\_2.  
Esse resultado nem sempre pode ser garantido.

## EXEMPLO 2

### POLINÔMIO DE NEWTON

```

> x0 := 1:
> x1 := 1.5:
> x2 := 2.0:
> x3 := 2.5:
> g := (1/100) * exp (x^2);
g :=  $\frac{1}{100} e^{(x^2)}$ 
> y0 := evalf (subs (x=x0, g) , 8);
y0 := .027182818
> y1 := evalf (subs (x=x1, g) , 8);
y1 := .004877358

```

```

> y2:=evalf(subs(x=x2, g), 8);
                                y2 := .54598150
> y3:=evalf(subs(x=x3, g), 8);
                                y3 := 5.1801282
> y18:=evalf(subs(x=1.8, g), 8);
                                y18 := .25533722

                                VALOR DA FUNÇÃO
> h:=0.5;
> X[0]:=array(1..4, [x0, x1, x1, x3]);
                                X0 := [1, 1.5, 1.5, 2.5]
> f[x0, x1]:=evalf((y1-y0)/h, 8);
                                f1,1.5 := .13538908
> f[x1, x2]:=evalf((y2-y1)/h, 8);
                                f1.5,2.0 := .90220828
> f[x2, x3]:=evalf((y3-y2)/h, 8);
                                f2.0,2.5 := 9.2682934
> f[x0, x1, x2]:=evalf((f[x1, x2]-f[x0, x1])/(2*h), 8);
                                f1,1.5,2.0 := .76681920
> f[x1, x2, x3]:=evalf((f[x2, x3]-f[x1, x2])/(2*h), 8);
                                f1.5,2.0,2.5 := 8.3660850

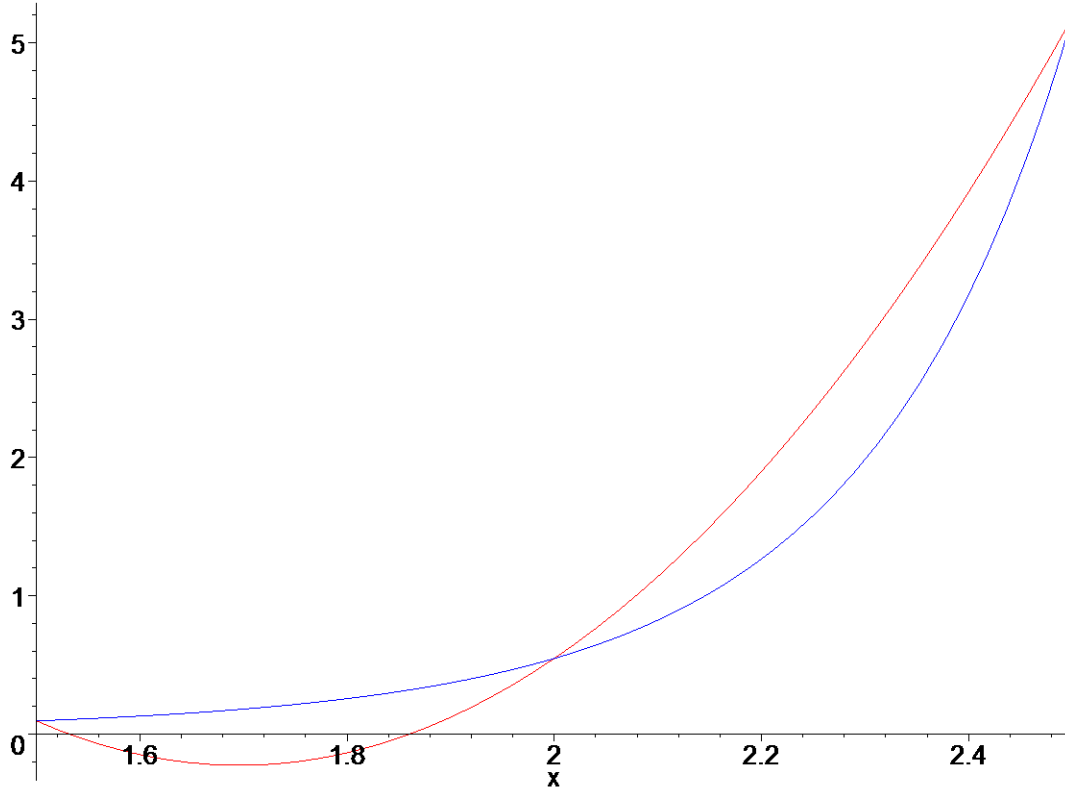
> f[x0, x1, x2, x3]:=evalf((f[x1, x2, x3]-f[x0, x1, x2])/(3*h), 8);
                                f1,1.5,2.0,2.5 := 5.0661773

Como queremos calcular o valor da função no ponto x=1.8 por um polinômio de grau 2 então os três
pontos a serem escolhidos são
x1, x2 e x3.

> P2:=y1+f[x1, x2]*(x-x1)+f[x1, x2, x3]*(x-x1)*(x-x2);
                                P2 := -1.258435062 + .90220828 x + 8.3660850 (x - 1.5) (x - 2.0)
> P3:=y0+f[x0, x1]*(x-x0)+f[x0, x1, x2]*(x-x0)*(x-x1)+f[x0, x1, x2, x3]*(x
-x0)*(x-x1)*(x-x2);
P3 := -.108206262 + .13538908 x + .76681920 (x - 1) (x - 1.5)
+ 5.0661773 (x - 1) (x - 1.5) (x - 2.0)
> P2_18:=evalf(subs(x=1.8, P2), 8);
                                P2_18 := -.13642530
> P3_18:=evalf(subs(x=1.8, P3), 8);
                                P3_18 := .07635418

```

```
[ > g := x -> ((1/100)*exp(x^2)) ;;
[ >
[ > plot([g(x)], x=1.5..2.5, color=[red], style=[line]);
[ > gr5:=plot(g(x), x=1.5..2.5, color=[blue],style=[line]):
[ > gr7:=plot(P2, x=1.5..2.5, color=[red]):
[ > display(gr5,gr7);
```

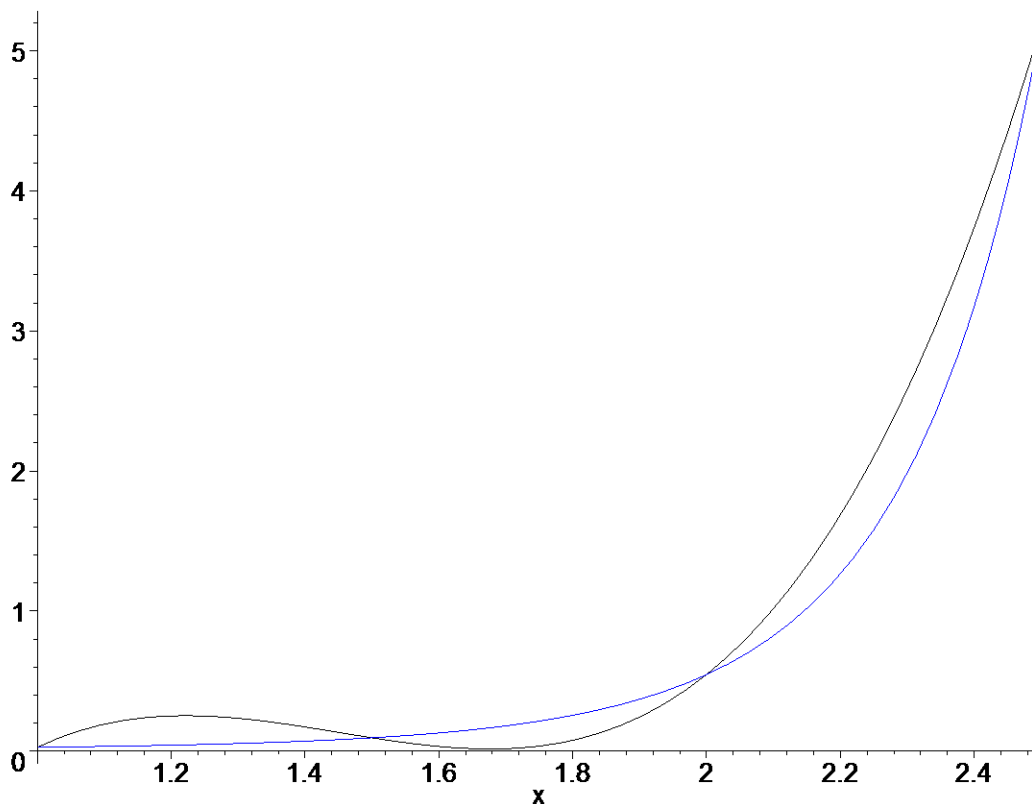


## POLINÔMIO DE NEWTON DE GRAU TRÊS

```
[ > P3_N:=P3;
P3_N := -.108206262 + .13538908 x + .76681920 (x - 1) (x - 1.5)
+ 5.0661773 (x - 1) (x - 1.5) (x - 2.0)
[ > g := x -> ((1/100)*exp(x^2)) ;

$$g := x \rightarrow \frac{1}{100} e^{(x^2)}$$

[ > plot([g(x)], x=1.0..2.5, color=[red], style=[line]);
[ > gr5:=plot(g(x), x=1.0..2.5, color=[blue],style=[line]):
[ > gr8:=plot(P3_N, x=1.0..2.5, color=[black]):
[ > display(gr5,gr8);
```



```

> P2_1.8:=evalf(subs(x=1.8, P2), 8);
                                P2_18 := -.13642530
> a:y18;
                                .25533722
> P3_1.8:=evalf(subs(x=1.8, P3), 8);
                                P3_18 := .07635418

```

Observe que o erro entre o valor exato e o valor do polinômio de grau dois é menor do que erro com o valor do polinômio de grau três.

Erro entre o valor " exato" e o valor obtido pelo polinômio de grau três

```

> e2:=y18-P2_1.8;
                                e2 := .39176252
> e3:=y18-P3_1.8;
                                e3 := .17898304

```

## ESTIMATIVA DE ERRO PARA A INTERPOLAÇÃO

$$E_3(x) \leq \text{abs}((x-x_0)*(x-x_1)*(x-x_2)*(x-x_3))*M^4/\text{fatorial}(4)$$

Como a função  $f(x)=10*\exp(x^2)$  então todas as derivadas são iguais a função e o valor máximo  $M^4=\max 1/25*(3+12*x^2+4*x^4)*\exp(x^2)$ ;

$g_4$  é a quarta derivada da função  $f(x)$ .

```

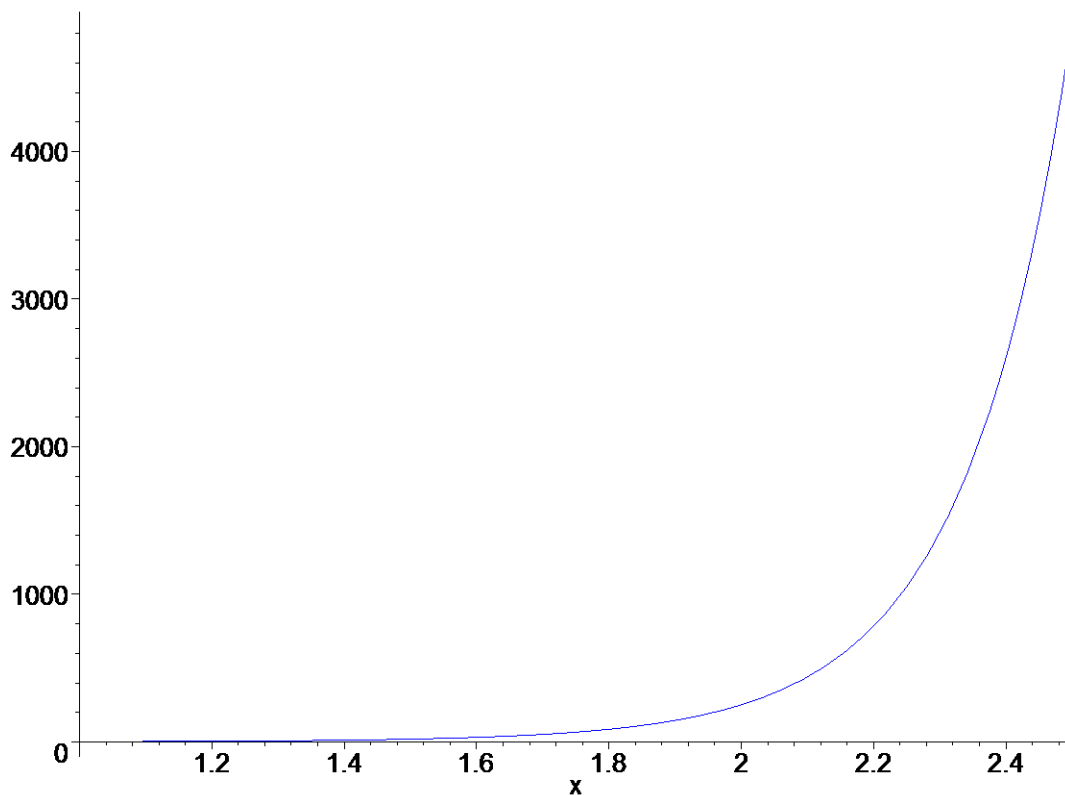
> g4 := 1/25*(3+12*x^2+4*x^4)*exp(x^2);

```



$$g4 := \frac{1}{25} (3 + 12x^2 + 4x^4) e^{(x^2)}$$

```
> gr:=plot(g4, x=1.0..2.5, color=[blue]):
> display(gr);
```



Como a função é crescente então o máximo encontra-se nos extremos.

```
> M4:=evalf(subs(x=2.5, g4), 8);
```

$M4 := 4853.7801$

```
> fatorial(4) := 24;
```

fatorial(4) := 24

```
> E3:=evalf(((x-x0)*(x-x1)*(x-x2)*(x-x3))*M4/ fatorial(4), 8);
```

ESTIMATIVA DE ERRO É DADA POR:

$$E3 := 202.24084 (x - 1.) (x - 1.5) (x - 2.0) (x - 2.5)$$

```
>
```

no ponto  $x=1.12$  o erro é dado por:

```
> E3_1.8:=abs(subs(x=1.8, E3));
```

$E3_{1.8} := 6.795292224$

Logo o valor aproximado de  $f(1.12)$  aprox.P3(1.12)=3.064704000

com um erro de  $E3_{1.12}=0.0002113514881$

```
> epsilon_1:=P3_1.8-E3_1.8;
```

$epsilon_1 := 6.718938044$

```
[ > epsilon_2:=P3_1.8+E3_1.8;  
                                epsilon_2 := 6.871646404
```

```
[ O VALOR EXATO DE f(1.12)=exp(1.12)=3.064854
```

```
[ > a:=y18;  
                                a := .25533722
```

Logo podemos verificar que  
**epsilon\_1<=a <= epsilon\_2 e assim o resultado do teorema se confirma.**

## CASO DISCRETO - ESTIMATIVA DE ERRO

AGORA VAMOS DESCONSIDERAR QUE A FUNÇÃO f(X) SEJA CONHECIDA SOMENTE NOS PONTOS TABELADOS

Para obter a estimativa de erro, vamos então calcular o polinômio interpolador somente para três pontos. Assim podemos calcular uma aproximação da estimativa de erro. Como o ponto que queremos estimar é x=1.12, vamos retirar o ponto que fica mais distante de 1.12, que é o ponto x3=1.3(isso diminui o erro!)

```
[ > P2_N:=y0+f[x0,x1]*(x-x0)+f[x0,x1,x2]*(x-x0)*(x-x1);  
                                P2_N := -.108206262 + .13538908 x + .76681920 (x - 1) (x - 1.5)
```

```
[ > P2_1.8:=subs(x=1.8, P2_N);  
                                P2_18 := .3195306900
```

Calculo do operador das diferenças divididas de ordem 3, para os pontos x0,x1,x2,x3e o termo f[x0,x1,x2,x3]

```
[ > Odd(3) :=f[x0,x1,x2,x3];  
                                Odd(3) := 5.0661773
```

```
[ > ER2 := (x-x0) * (x-x1) * (x-x2) *Odd(3);  
ESTIMATIVA DE ERRO DISCRETO É DADA POR:
```

```
                                ER2 := 5.0661773 (x - 1) (x - 1.5) (x - 2.0)
```

```
[ >  
no ponto x=1.8 o erro é dado por:
```

```
[ > ER_1.8:=abs(subs(x=1.8, ER2));  
                                ER_18 := .2431765104
```

Logo o valor aproximado de f(1.12) aprox.P2(1.12)=3.064800000  
com um erro de ER\_112=.00009600000000

```
[ > alpha_1:=P2_1.8-ER_1.8;  
                                alpha_1 := .0763541796
```

```
[ > alpha_2:=P2_1.8+ER_1.8;  
                                alpha_2 := .5627072004
```

```
[ >
[ O VALOR EXATO DE f(1.12)=exp(1.12)=3.064854
[ > b:=y18;
[                                     b := .25533722
```

```
[ Logo o valor aproximado de f(1.12) aprox.P2(1.12)=3.064800000
[ com um erro de ER_112=.000096000000000
[ ASSIM PODEMOS OBSERVAR QUE ALPHA_1<= B=< ALPHA_2.
[ Esse resultado nem sempre pode ser garantido.
```

```
[ >
```

## ERROS DE ARREDONDAMENTO EM INTERPOLAÇÃO

Vamos considerar somente duas casa decimais no primeiro exemplo, e veremos que vão aparecer distorções.

### EXEMPLO 3

```
[ > x0:=1:
[ > x1:=1.1:
[ > x2:=1.2:
[ > x3:=1.3:
```

#### VALOR DA FUNÇÃO

```
[ > f:=exp(x);
```

$$f := e^x$$

#### VALOR DA FUNÇÃO

```
[ > y0:=2.71:
[ > y1:=3.00:
[ > y2:=3.32:
[ > y3:=3.66:
[ >
[ > h:=0.1:
[ > X[0]:=array(1..4, [x0, x1, x1, x3]) ;;
[ >
[ > f[x0, x1]:=evalf((y1-y0)/h, 3);
[                                      $f_{1,1.1} := 2.90$ 
[ > f[x1, x2]:=evalf((y2-y1)/h, 3);
```

```

       $f_{1.1,1.2} := 3.20$ 
>  $f[x2, x3] := \text{evalf}((y3 - y2) / h, 3);$ 
       $f_{1.2,1.3} := 3.40$ 
>  $f[x0, x1, x2] := \text{evalf}((f[x1, x2] - f[x0, x1]) / (2 * h), 3);$ 
       $f_{1,1.1,1.2} := 1.50$ 
>  $f[x1, x2, x3] := \text{evalf}((f[x2, x3] - f[x1, x2]) / (2 * h), 3);$ 
       $f_{1.1,1.2,1.3} := 1.00$ 
>  $f[x0, x1, x2, x3] := \text{evalf}((f[x1, x2, x3] - f[x0, x1, x2]) / (3 * h), 3);$ 
       $f_{1,1.1,1.2,1.3} := -1.67$ 
>  $P2 := \text{evalf}(y0 + f[x0, x1] * (x - x0) + f[x0, x1, x2] * (x - x0) * (x - x1), 3);$ 
       $P2 := -.19 + 2.90 x + 1.50 (x - 1.) (x - 1.1)$ 
>  $P2 := \text{evalf}(\text{subs}(x = 1.12, P2), 3);$ 
       $P2 := 3.06$ 

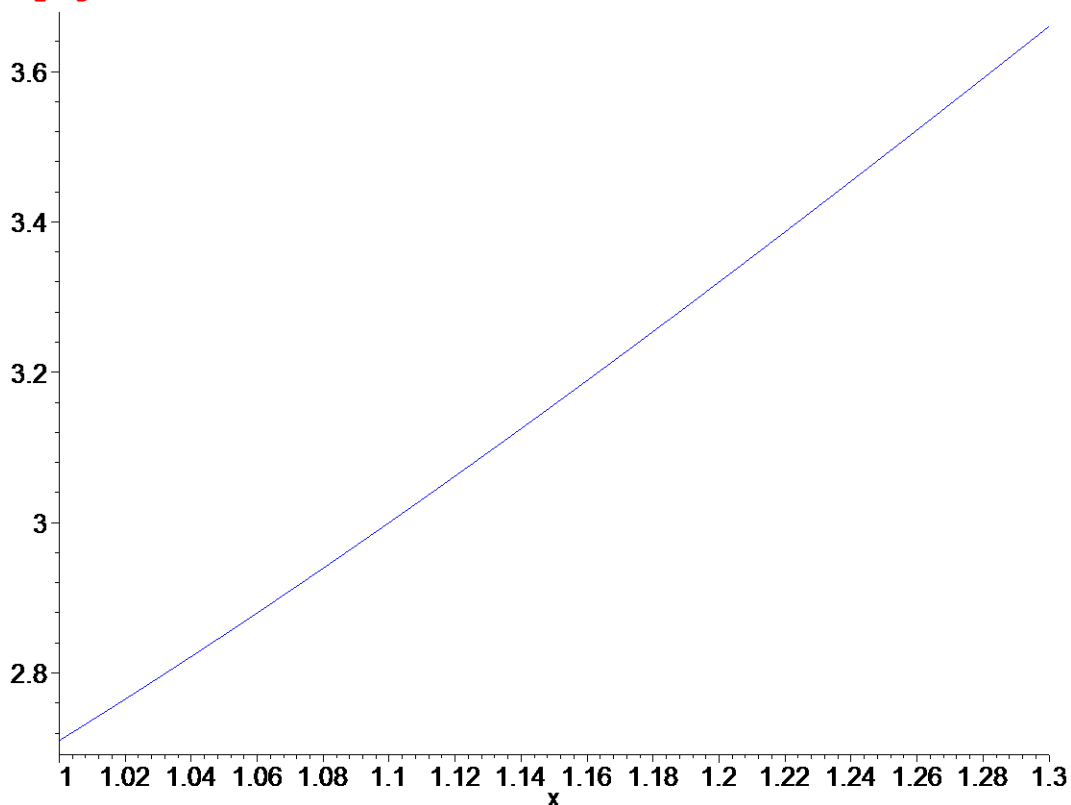
```

## POLINÔMIO DE NEWTON DE GRAU TRÊS

```

>  $P3\_N := y0 + f[x0, x1] * (x - x0) + f[x0, x1, x2] * (x - x0) * (x - x1) + f[x0, x1, x2, x3] * (x - x0) * (x - x1) * (x - x2);$ 
       $P3\_N := -.19 + 2.90 x + 1.50 (x - 1) (x - 1.1) - 1.67 (x - 1) (x - 1.1) (x - 1.2)$ 
>  $gr8 := \text{plot}(P3\_N, x = 1.0..1.3, color = [blue]);$ 
>  $\text{display}(gr8);$ 

```



```

>  $P3\_N := \text{evalf}(\text{subs}(x = 1.12, P3\_N), 3);$ 

```

```
P3_N := 3.06192
```

```
> y112 := evalf (exp (1.12) , 6) ;
```

```
y112 := 3.06485
```

Erro entre o valor " exato" e o valor obtido pelo polinômio de grau três

```
> e := evalf (y112-P3_N, 6) ;
```

```
e := .00293
```

## ESTIMATIVA DE ERRO PARA A INTERPOLAÇÃO

$E_3(x) \leq \text{abs}((x-x_0)*(x-x_1)*(x-x_2)*(x-x_3))*M^4/\text{fatorial}(4)$

Como a função  $f(x)=\exp(x)$  então todas as derivadas são iguais a função e o valor maximo  $M^4=\exp(1.3)$

```
> M3 := evalf (exp (1.3) , 6) ;
```

```
M3 := 3.66930
```

```
> E3 := evalf ( ((x-x0) * (x-x1) * (x-x2) * (x-x3)) * M3 / fatorial (4) , 6) ;
```

ESTIMATIVA DE ERRO É DADA POR:

```
E3 := .152888 (x - 1.) (x - 1.1) (x - 1.2) (x - 1.3)
```

```
> fatorial (4) := 24 ;
```

```
fatorial(4) := 24
```

no ponto  $x=1.12$  o erro é dado por:

```
> E3_1.12 := evalf (abs (subs (x=1.12, E3)) , 6) ;
```

```
E3_112 := .528381 10-5
```

```
> epsilon_1 := evalf (P3_1.12-E3_1.12, 6) ;
```

```
epsilon_1 := 3.06484
```

```
> epsilon_2 := evalf (P3_1.12+E3_1.12, 6) ;
```

```
epsilon_2 := 3.06486
```

O VALOR EXATO DE  $f(1.12)=\exp(1.12)=3.064854$

```
> a := evalf (exp (1.12) , 6) ;
```

```
a := 3.06485
```

NOTE QYE O VALOR DE A ESTA FORA DO INTERVALO (EPSILON\_1, EPSILON\_2)

## CASO DISCRETO - ESTIMATIVA DE ERRO

AGORA VAMOS DESCONSIDERAR QUE A FUNÇÃO  $f(x)$  SEJA CONHECIDA SOMENTE NOS PONTOS TABELADOS

Para obter a estimativa de erro, vamos então calcular o polinômio interpolador somente para três pontos. Assim podemos calcular uma aproximação da estimativa de erro. Como o ponto que queremos estimar é  $x=1.12$ , vamos retirar o ponto que fica mais distante de 1.12, que é o ponto  $x_3=1.3$ (isso diminui o erro!)

```
> P2_N:=evalf(y0+f[x0,x1]*(x-x0)+f[x0,x1,x2]*(x-x0)*(x-x1),6);
```

$$P2_N := -0.19 + 2.90x + 1.50(x-1.0)(x-1.1)$$

```
> P2_1.12:=evalf(subs(x=1.12,P2_N),6);
```

$$P2_{112} := 3.06160$$

Calculo do operador das diferenças divididas de ordem 3, para os pontos  $x_0, x_1, x_2, x_3$  e o termo  $f[x_0, x_1, x_2, x_3]$

```
> Odd(3):=evalf(f[x0,x1,x2,x3],6);
```

$$\text{Odd}(3) := -1.67$$

```
> ER2:=evalf((x-x0)*(x-x1)*(x-x2)*Odd(3),6);
```

ESTIMATIVA DE ERRO DISCRETO É DADA POR:

$$ER2 := -1.67(x-1.0)(x-1.1)(x-1.2)$$

```
>
```

no ponto  $x=1.12$  o erro é dado por:

```
> ER_1.12:=evalf(abs(subs(x=1.12,ER2)),6);
```

$$ER_{112} := .00032064$$

Logo o valor aproximado de  $f(1.12)$   $\text{aprox.} P2(1.12)=3.064800000$  com um erro de  $ER_{112}=0.00009600000000$

```
> alpha_1:=evalf(P2_1.12-ER_1.12,6);
```

$$\alpha_1 := 3.06128$$

```
> alpha_2:=evalf(P2_1.12+ER_1.12,6);
```

$$\alpha_2 := 3.06192$$

```
>
```

O VALOR EXATO DE  $f(1.12)=\exp(1.12)=3.064854$

```
> b:=evalf(exp(1.12),6);
```

$$b := 3.06485$$

```
>
```

```
>
```

```
>
```

OBSERVE QUE O VALOR EXATO ESTA FORA DO INTERVALO DE SEGURANÇA