```
> restart:
> with(plots):
> with(linalg):
```

`?` (1)

[CURVAS DE BEZIER]

```
> po[1]:=1;po[2] := -3.0;
```

$$po_1 := 1$$
$$po_2 := -3.0 \quad (2)$$

> $p1[1] := 0;\ \ p1[2] := -1.0;$

$$p1_1 := 0$$
$$p1_2 := -1.0 \quad (3)$$

> $p2[1] := 2; p2[2] := -1.0;$

$$p2_1 := 2$$
$$p2_2 := -1.0 \quad (4)$$

> $p3[1] := 1; p3[2] := -3.0;$

$$p3_1 := 1$$
$$p3_2 := -3.0 \quad (5)$$

```
> p0:=vector(2,[po[1],po[2]]);
```

$$p0 := \begin{bmatrix} 1 & -3.0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

```
> p1:=vector(2,[p1[1],p1[2]]);
```

$$p1 := \begin{bmatrix} 0 & -1.0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

```
> p2:=vector(2,[p2[1],p2[2]]);
```

$$p2 := \begin{bmatrix} 2 & -1.0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

> $p3 := vector(2, [p3[1], p3[2]]);$

$$p3 := \begin{bmatrix} 1 & -3.0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

`?` (10)

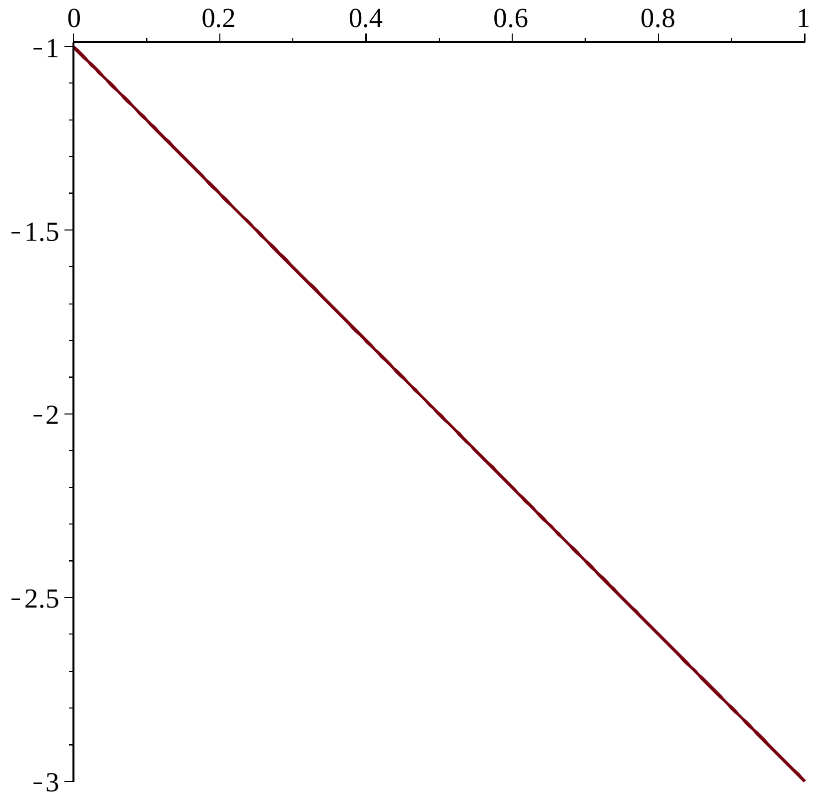
> $P01(t) := (1-t) * p0[1] + t * p1[1];$ # primeira componente

$$P01 := t \to (1-t)\ p0_1 + t\ p1_1 \quad (11)$$

> $Q01(t) := (1-t) * p0[2] + t * p1[2];$
#segunda componente as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1

$$Q01 := t \to (1-t)\ p0_2 + t\ p1_2 \quad (12)$$

> $plot([P01(t), Q01(t), t = 0..1]);$ # a reta definida pelos pontos p0, p1



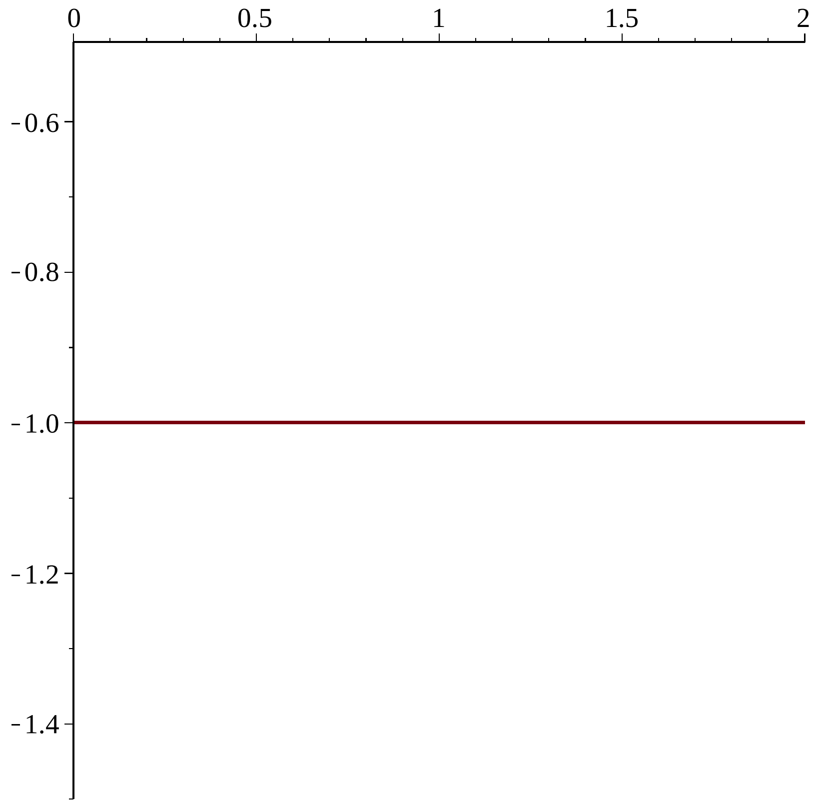
> P12(t) := (1-t)*p1[1] + t*p2[1]; # primeira componente

$$P12 := t \rightarrow (1-t)\, p1_1 + t\, p2_1 \quad \textbf{(13)}$$

> Q12(t) := (1-t)*p1[2] + t*p2[2];
#segunda componente as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1

$$Q12 := t \rightarrow (1-t)\, p1_2 + t\, p2_2 \quad \textbf{(14)}$$

> plot([P12(t), Q12(t), t=0..1]); # a reta definida pelos pontos p1, p2



Calculo do polinômio de grau 2 entre P0, P1 e P2. {P0 e P2 são os pontos âncoras e P1 é o ponto de controle}

```
> P02(t) := (1-t) * P01(t) + t * P12(t);
    # primeira componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2
```

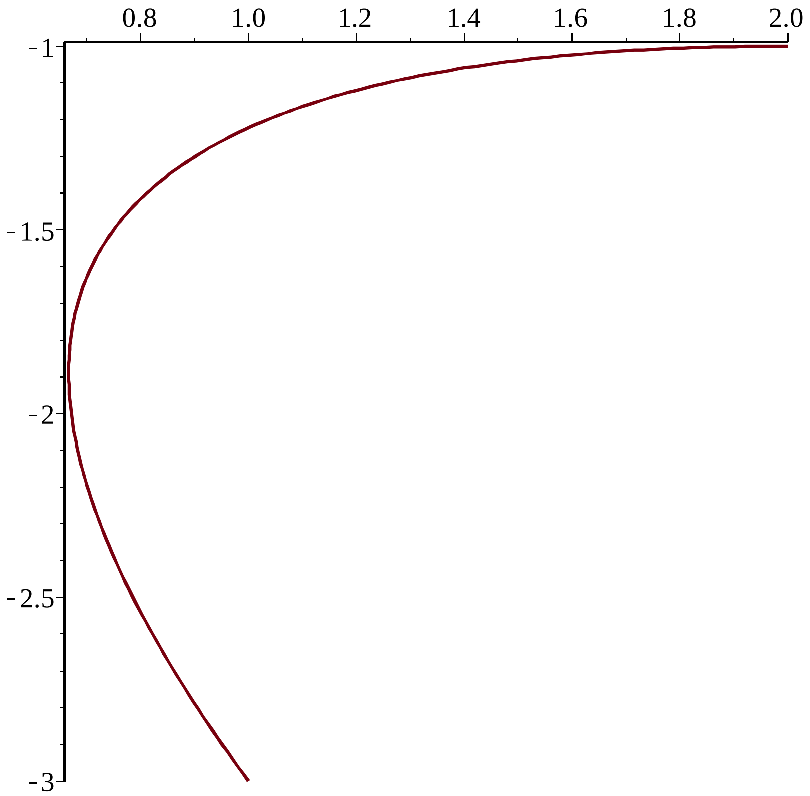
$$P02 := t \rightarrow (1-t)\ P01(t) + t\ P12(t) \quad (15)$$

```
> Q02(t) := (1-t) * Q01(t) + t * Q12(t);
    # segunda componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2
```

$$Q02 := t \rightarrow (1-t)\ Q01(t) + t\ Q12(t) \quad (16)$$

`?` **(17)**

```
> plot([P02(t), Q02(t), t = 0..1]); # Polinômio de grau 2 entre os pontos p0,p1 e p2
```




```
> P23(t) := (1-t)*p2[1]+t*p3[1];          # primeira componente
```

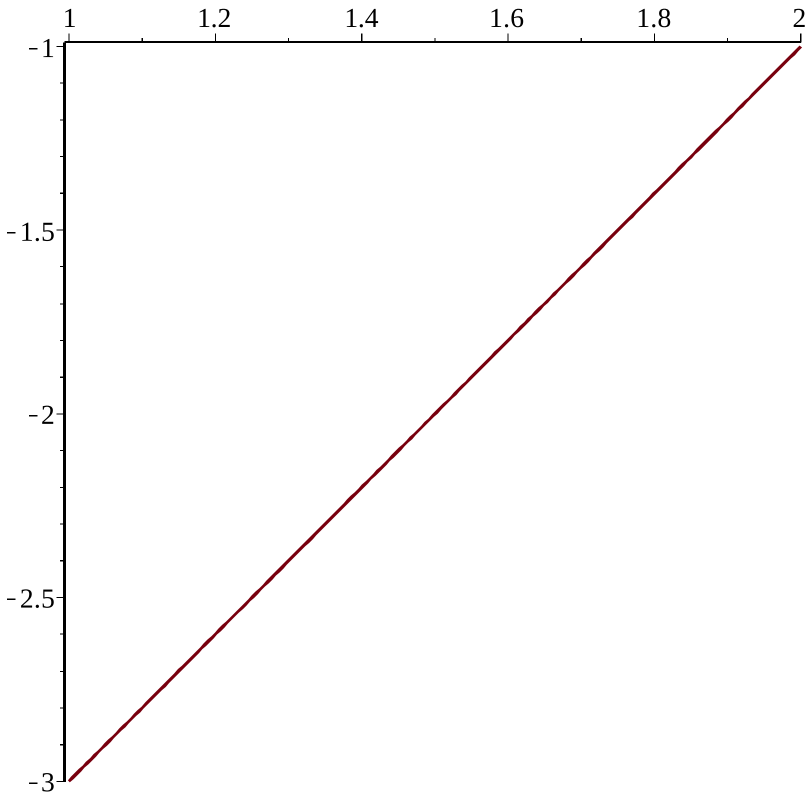
$$P23 := t \to (1-t)\, p2_1 + t\, p3_1 \quad \textbf{(18)}$$

$$`?` \quad \textbf{(19)}$$

```
> Q23(t) := (1-t)*p2[2]+t*p3[2];
  #segunda componente  as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1
```

$$Q23 := t \to (1-t)\, p2_2 + t\, p3_2 \quad \textbf{(20)}$$

```
> plot([P23(t), Q23(t), t=0..1]); # a reta definida pelos pontos p2, p3
```



> $P13(t) := (1-t)*P12(t) + t*P23(t);$
primeira componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2

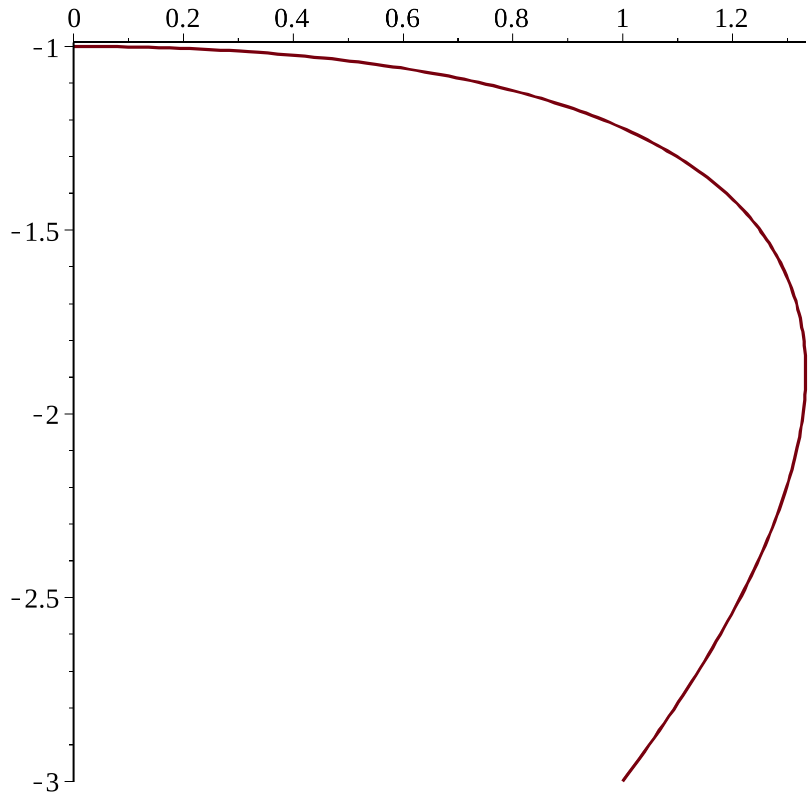
$$P13 := t \rightarrow (1-t)\ P12(t) + t\ P23(t) \tag{21}$$

> $Q13(t) := (1-t)*Q12(t) + t*Q23(t);$
segunda componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2

$$Q13 := t \rightarrow (1-t)\ Q12(t) + t\ Q23(t) \tag{22}$$

`?` **(23)**

> plot([P13(t), Q13(t), t = 0 ..1]);
o polinômio de grau 2 definida pelos pontos p1, p2 e p3 {P1 e P3 são os pontos âncoras e P2 é o ponto de controle}



`?` **(24)**

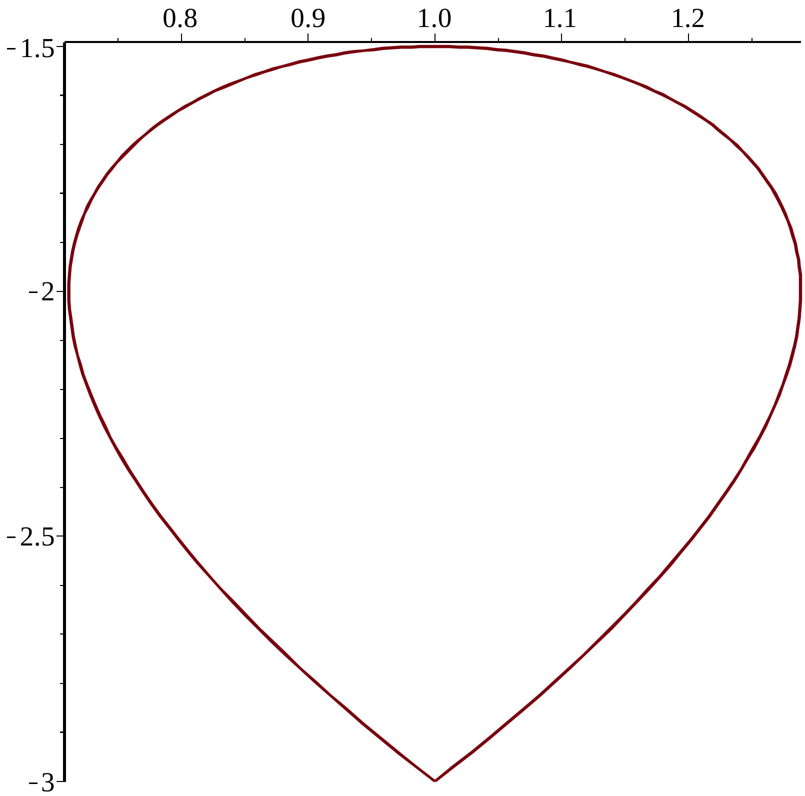
> $P03(t) := (1-t)*P02(t) + t*P13(t);$
primeira componente do polinômio de grau 3 entre p0,p1 ,p2 e p3

$$P03 := t \rightarrow (1-t)\, P02(t) + t\, P13(t) \quad \textbf{(25)}$$

> Q03(t):=(1-t)*Q02(t)+t*Q13(t); #SEGUNDA componente do polinômio de grau 3 entre p0,p1,p2 e p3

$$Q03(t) := (1-t)\,((1-t)\,(-3.0+2.0\,t) - 1.0\,t) + t\,(-1.0+1.0\,t + t\,(-1.0-2.0\,t)) \quad \textbf{(26)}$$

> $plot([P03(t), Q03(t), t=0..1]);$
#Polinômio de grau 3 definida pelos pontos p0,p1,p2 e p3 {P0 e P3 são os pontos âncoras e P1 e P2 são os pontos de controle}




```
> restart:
> with(plots):
> with(linalg):
```

[CURVAS DE BEZIER]

```
> po[1]:=0;po[2] := -1.0;
```

$$po_1 := 0$$
$$po_2 := -1.0 \quad \textbf{(27)}$$

> $p1[1] := 1.0;\ \ p1[2] := 0.0;$

$$p1_1 := 1.0$$
$$p1_2 := 0. \quad \textbf{(28)}$$

> $p2[1] := -1.0;\ p2[2] := 1.0;$

$$p2_1 := -1.0$$
$$p2_2 := 1.0 \quad \textbf{(29)}$$

```
> p3[1] := 0.0; p3[2] := 1.0;
```
$$p3_1 := 0.$$
$$p3_2 := 1.0 \quad \textbf{(30)}$$

```
> p0:=vector(2,[po[1],po[2]]);
```
$$p0 := \begin{bmatrix} 0 & -1.0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(31)}$$

```
> p1:=vector(2,[p1[1],p1[2]]);
```
$$p1 := \begin{bmatrix} 1.0 & 0. \end{bmatrix} \quad \textbf{(32)}$$

```
> p2:=vector(2,[p2[1],p2[2]]);
```
$$p2 := \begin{bmatrix} -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(33)}$$

```
> p3 := vector(2, [p3[1], p3[2]]);
```
$$p3 := \begin{bmatrix} 0. & 1.0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(34)}$$

`?` **(35)**

```
> P01(t) := (1-t)*p0[1]+t*p1[1];           # primeira componente
```
$$P01 := t \rightarrow (1-t)\, p0_1 + t\, p1_1 \quad \textbf{(36)}$$

```
> Q01(t) := (1-t)*p0[2]+t*p1[2];
     #segunda componente  as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1
```
$$Q01 := t \rightarrow (1-t)\, p0_2 + t\, p1_2 \quad \textbf{(37)}$$

```
> plot([P01(t), Q01(t), t=0..1]) :;     # a reta definida pelos pontos p0, p1
> P12(t) := (1-t)*p1[1]+t*p2[1];           # primeira componente
```
$$P12 := t \rightarrow (1-t)\, p1_1 + t\, p2_1 \quad \textbf{(38)}$$

```
> Q12(t) := (1-t)*p1[2]+t*p2[2];
     #segunda componente  as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1
```
$$Q12 := t \rightarrow (1-t)\, p1_2 + t\, p2_2 \quad \textbf{(39)}$$

```
> plot([P12(t), Q12(t), t=0..1]) :;  # a reta definida pelos pontos p1, p2
```

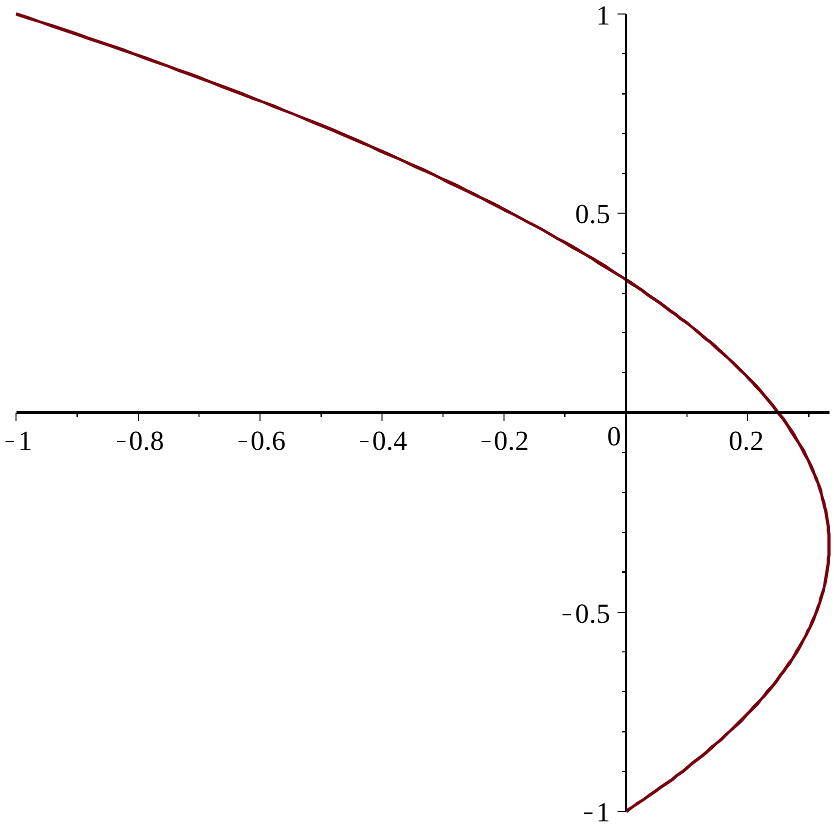
Calculo do polinômio de grau 2 entre P0, P1 e P2.

```
> P02(t) := (1-t)*P01(t) +t*P12(t);
     # primeira componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2
```
$$P02 := t \rightarrow (1-t)\, P01(t) + t\, P12(t) \quad \textbf{(40)}$$

```
> Q02(t) := (1-t)*Q01(t) +t*Q12(t);
     # segunda componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2
```
$$Q02 := t \rightarrow (1-t)\, Q01(t) + t\, Q12(t) \quad \textbf{(41)}$$

`?` **(42)**

```
> plot([P02(t), Q02(t), t=0..1]);  # Polinômio de grau 2 entre os pontos p0,p1 e p2
```



> $P23(t) := (1-t) * p2[1] + t * p3[1];$ # primeira componente

$$P23 := t \rightarrow (1-t)\ p2_1 + t\ p3_1 \quad \textbf{(43)}$$

`?` **(44)**

> $Q23(t) := (1-t) * p2[2] + t * p3[2];$
#segunda componente as duas componentes é a reta que liga o ponto P0 a P1

$$Q23 := t \rightarrow (1-t)\ p2_2 + t\ p3_2 \quad \textbf{(45)}$$

> plot([P23(t), Q23(t), t = 0 ..1]) :; # a reta definida pelos pontos p2, p3

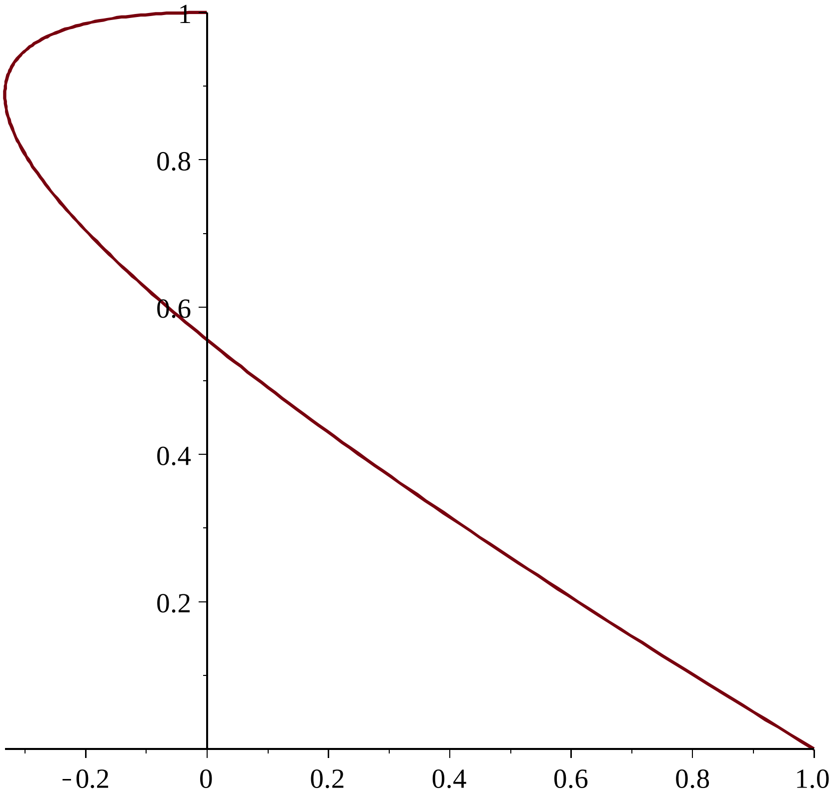
> $P13(t) := (1-t) * P12(t) + t * P23(t);$
primeira componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2

$$P13 := t \rightarrow (1-t)\ P12(t) + t\ P23(t) \quad \textbf{(46)}$$

> $Q13(t) := (1-t) * Q12(t) + t * Q23(t);$
segunda componente do polinômio de grau 2 entre p0,p1 e p2

$$Q13 := t \rightarrow (1-t)\ Q12(t) + t\ Q23(t) \quad \textbf{(47)}$$

> plot([P13(t), Q13(t), t = 0 ..1]); # o polinômio de grau 2 definida pelos pontos p1, p2 e p3



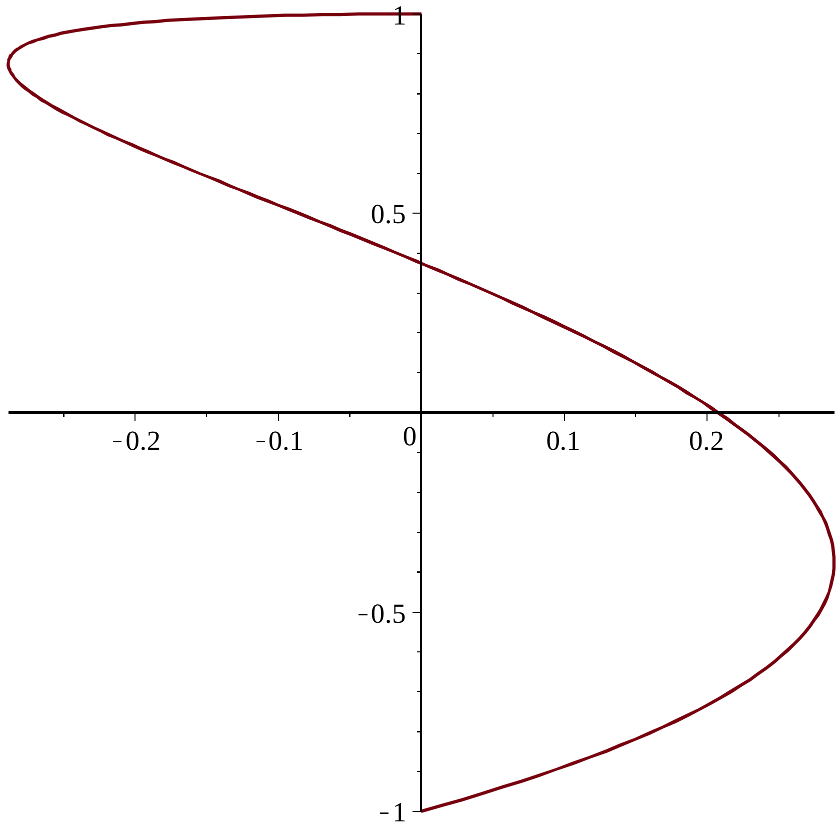
> $P03(t) := (1-t)*P02(t) + t*P13(t);$
  # primeira componente do polinômio de grau 3 entre p0,p1 ,p2 e p3

$$P03 := t \to (1-t)\, P02(t) + t\, P13(t) \quad \textbf{(48)}$$

> Q03(t):=(1-t)*Q02(t)+t*Q13(t); #SEGUNDA componente do polinômio de grau 3 entre p0,p1,p2 e p3

$$Q03(t) := (1-t)\left((1-t)(-1.0+1.0\,t)+1.0\,t^2\right)+t\,(1.0\,(1-t)\,t+1.0\,t) \quad \textbf{(49)}$$

> $plot([P03(t), Q03(t), t=0..1]);$ *#Polinômio de grau 3 definida pelos pontos p0,p1,p2 e p3*



`?` **(50)**

EXEMPLO 3: PARA OBTER O CURVA DE BEZIER DE GRAU n, PODEMOS APLICAR DIRETAMENTE A FORMULA, DADA ABAIXO:

P_0n=$\sum_{j=0}^{n} B_{\{jn\}}(t)\,p_j$, *onde* $B_{\{jn\}}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$

Se n=3 (curvas de grau 3 então $P03(t) := (1-t)^3 \cdot p0 + 3(1-t)^2 \cdot t \cdot p1 + 3(1-t) \cdot t^2 * p2 + t^3 \cdot p3$;

```
> po[1]:=0;po[2] := -1.0;
```

$$po_1 := 0$$
$$po_2 := -1.0 \quad \textbf{(51)}$$

> $p1[1] := 1.0;\ \ p1[2] := 0.0;$

$$p1_1 := 1.0$$
$$p1_2 := 0. \quad \textbf{(52)}$$

> $p2[1] := -1.0;\ p2[2] := 3.0;$

$$p2_1 := -1.0$$

$$p2_2 := 3.0 \quad (53)$$

> $p3[1] := -1.0$; $p3[2] := -2.0$;

$$p3_1 := -1.0$$
$$p3_2 := -2.0 \quad (54)$$

```
> p0:=vector(2,[po[1],po[2]]);
```

$$p0 := \begin{bmatrix} 0 & -1.0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

```
> p1:=vector(2,[p1[1],p1[2]]);
```

$$p1 := \begin{bmatrix} 1.0 & 0. \end{bmatrix} \quad (56)$$

```
> p2:=vector(2,[p2[1],p2[2]]);
```

$$p2 := \begin{bmatrix} -1.0 & 3.0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

> $p3 := vector(2, [p3[1], p3[2]])$;

$$p3 := \begin{bmatrix} -1.0 & -2.0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

> $P03(t) := (1-t)^3 \cdot p0[1] + 3(1-t)^2 \cdot t \cdot p1[1] + 3(1-t) \cdot t^2 * p2[1] + t^3 \cdot p3[1]$;

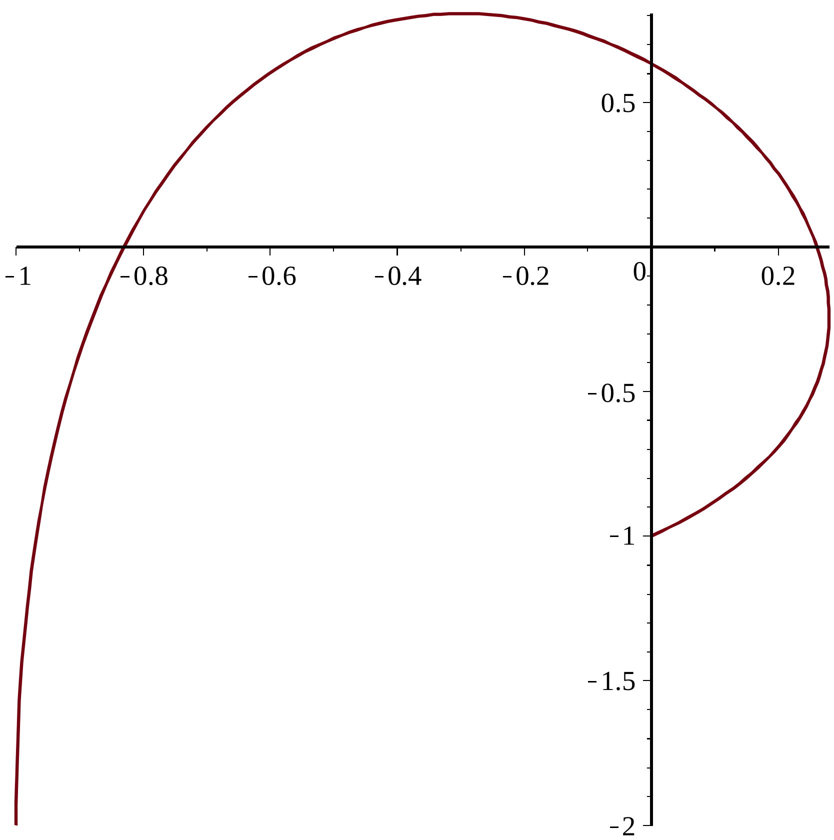
$$P03 := t \rightarrow (1-t)^3\, p0_1 + 3\,(1-t)^2\, t\, p1_1 + (3-3\,t)\, t^2\, p2_1 + t^3\, p3_1 \quad (59)$$

> $Q03(t) := (1-t)^3 \cdot p0[2] + 3(1-t)^2 \cdot t \cdot p1[2] + 3(1-t) \cdot t^2 * p2[2] + t^3 \cdot p3[2]$;

$$Q03 := t \rightarrow (1-t)^3\, p0_2 + 3\,(1-t)^2\, t\, p1_2 + (3-3\,t)\, t^2\, p2_2 + t^3\, p3_2 \quad (60)$$

`?` (61)

> plot([P03(t), Q03(t), t = 0 ..1]); #Polinômio de grau 3 definida pelos pontos p0,p1,p2 e p3



0.5
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
-0.5
-1
-1.5
-2

>